

CHAPITRE II

MODELISATION DES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS

II.1.Introduction

Dans le chapitre précédent, on a présenté une vue d'ensemble du comportement des supraconducteurs où il y a une forte dépendance entre les grandeurs caractéristiques. Il y a plusieurs régimes de fonctionnement pour les SHTC et il est difficile d'avoir un modèle analytique qui peut caractériser tous ces régimes. Cependant, quelques-uns ont été mis au point pour modéliser l'état supraconducteur dans certaines conditions et hypothèses. Le modèle macroscopique le plus utilisé est le modèle de l'état critique de *Bean*. Ce modèle représente assez bien la réalité et permet de mener complètement les calculs analytiques dans le cas de géométries simples. Ce cas représente un test pour valider les modèles numériques.

Pour la dépendance de J_c en fonction de l'induction magnétique, les *modèles de Kim* ou *exponentiel* pourront être utilisés.

II.2.Equations mathématiques régissent le phénomène physique (Edp)

II.2.1.Équation de maxwell

Macroscopiquement, les équations de *MAXWELL* restent valables pour décrire les phénomènes électromagnétiques qui se produisent dans un supraconducteur. En se plaçant en régime quasi-stationnaire (les courants de déplacement sont considérés comme nuls), elles s'écrivent

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{E}) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}, \quad \text{div}(\overrightarrow{B}) = 0, \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{H}) = \overrightarrow{J} \dots\dots\dots(\text{II.1})$$

Comme pour les autres conducteurs, les équations suivantes viennent compléter les équations de *Maxwell* :

$$\overrightarrow{B} = \mu(\overrightarrow{H}) \quad \overrightarrow{J} = \sigma \overrightarrow{E} \dots\dots\dots(\text{II.2})$$

Dans les équations II.1 et II.2 :

- \overrightarrow{E} est le champ électrique (en Vm^{-1}).
- \overrightarrow{B} est le champ d'induction magnétique (en T).
- \overrightarrow{H} est le champ magnétique (en Am^{-1})
- \overrightarrow{J} est la densité de courant électrique (en Am^{-2}).
- σ est la conductivité du milieu (en $\Omega^{-1}m^{-1}$).
- ρ est la résistivité du milieu (en Ωm).
- μ est la perméabilité magnétique du milieu (en Hm^{-1}).

II.2.2.Relation B(H)

L'induction magnétique B à l'intérieur d'un matériau en fonction du champ externe H et de l'aimantation M est donnée par l'expression :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = (1+x) \mu_0 \mathbf{H} \dots\dots\dots(\text{II.3})$$

Nous avons vu qu'un supraconducteur était diamagnétique, c'est à dire que B est nul à l'intérieur du matériau, lorsque $H < H_{c1}$. Ceci entraîne que $M = -H$ et $x = -1$.

En revanche, lorsque le champ H_{c1} est supérieur à H , le matériau supraconducteur n'est plus diamagnétique. Comme le champ critique H_{c1} d'un supraconducteur de type II est de valeur faible, l'induction B auquel il est soumis lors de son utilisation est en général supérieure à μ_0 . Il peut donc être considéré comme macroscopiquement non magnétique.

on peut alors écrire $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (Figure II.1), [13].

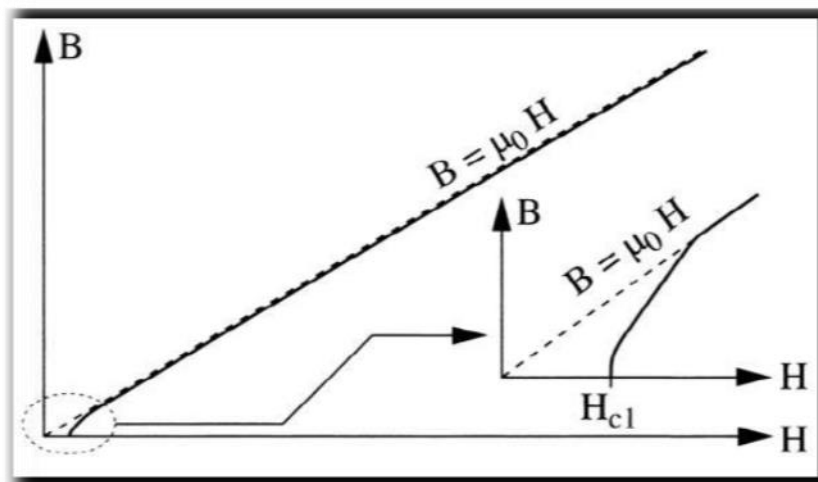


Figure II.1 Caractéristique B(H) d'un supraconducteur, [13].

II.2.3.Relation E(J)

À partir de mesures courant-tension sur un échantillon, on peut déduire la caractéristique expérimentale $V(I)$ qui se met habituellement sous la forme d'une loi de puissance.

Si l'on Admet que cette caractéristique reste valable pour la densité de courant, la relation $E(J)$ s'écrit :

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \dots\dots\dots (II.4)$$

Dans l'équation (II.4), l'exposant n dépend non seulement du matériau, mais aussi de la température et de l'induction. Plus l'exposant n est élevé, et plus la transition est raide (**Figure II.2**).

Le paramètre n est parfois considéré comme un indicateur de la qualité d'un ruban : plus il est élevé et plus le brin est d'excellente qualité. En effet, dans ce cas, pour des densités de courant et une valeur de n faibles, les pertes en régime sous- critique sont plus élevées que pour une valeur élevée de l'exposant de plus, dans ce dernier cas, le courant critique peut alors être déterminé sans ambiguïté dès lors qu'une tension apparaît aux bornes de l'échantillon. La relation (II.4) peut être introduite dans un programme informatique afin de déterminer les grandeurs électromagnétiques analytiquement, elle devient cependant difficilement utilisable, sauf dans le cas où n est grand, [14].

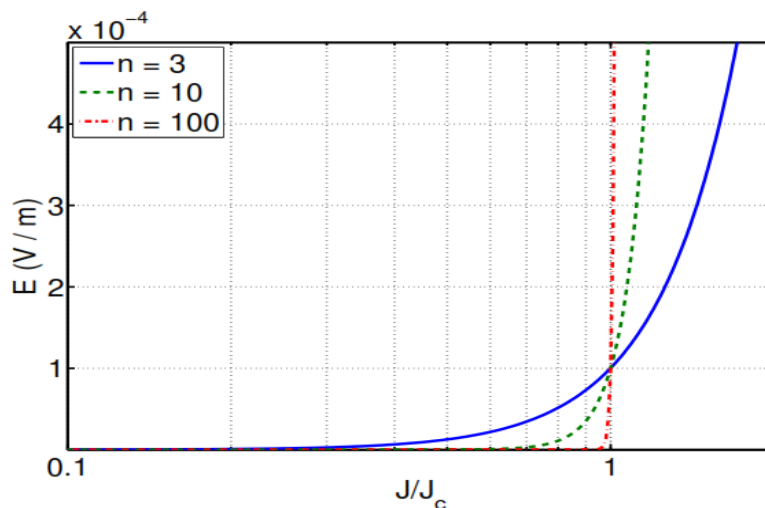


Figure II.2 Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur, [14].

II.3. Les lois de comportement

II.3.1. Loi de BEAN

Le modèle de Bean a l'avantage d'être simple mathématiquement et de ce fait permet sur des exemples simples de bien comprendre la supraconductivité d'un point de vue macroscopique. La (**Figure II.3**) montre comment en tout point du supraconducteur, la densité de courant est liée au champ électrique.

Le paramètre E_c est une valeur empirique du champ électrique à partir de laquelle le matériau devient résistif.

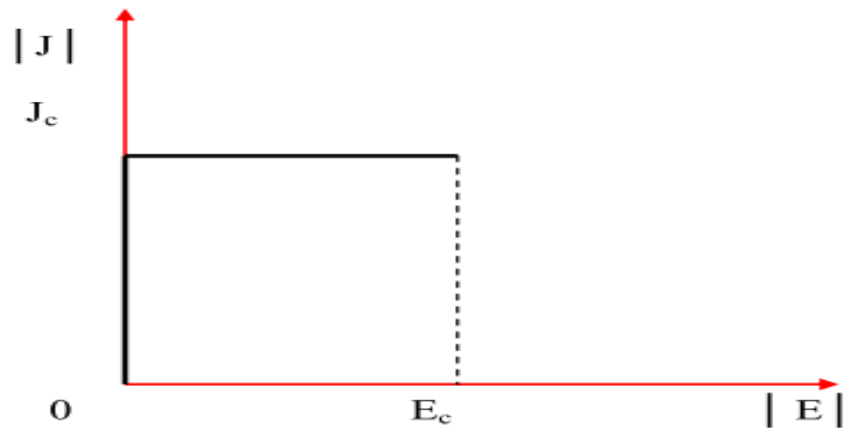


Figure II.3 Modèle de Bean, [15].

Ce modèle a été étudié dans le cas d'un problème monodimensionnel. Il a permis à partir de calculs analytiques d'obtenir des résultats satisfaisants. En revanche, il est difficilement exploitable dans le cas de problème bidimensionnel pour une approche numérique.

La relation liant J et E par le modèle de Bean n'est pas un graphe fonctionnel, ce qui rend sa modélisation mathématique difficile.

Lorsque le champ électrique est nul, la valeur absolue de la densité de courant peut prendre toutes les valeurs entre 0 et J_c , [15].

II.3.2.Loi de KIM

Le modèle de Bean ainsi que la loi en puissance considèrent le matériau supraconducteur isotrope et isotherme.

Ils ne tiennent pas compte de l'échauffement éventuel du conducteur sous l'effet des pertes qui entraînerait une diminution du courant critique. Dans le modèle de Bean, la densité de courant critique est supposée constante quel que soit le champ magnétique extérieur. Dans la réalité la densité de courant dépend fortement de son orientation par rapport au champ et de l'induction magnétique B .

Une expression de $J_c(B)$ dans le cas isotrope a été donnée par KIM.

$$J_c(|B|) = \frac{J_{c0} B_0}{|B| + B_0} \dots\dots\dots (II.5)$$

C'est le modèle le plus utilisé pour la modélisation de la dépendance de la densité de courant critique avec l'induction magnétique.

II.3.3.Loi de PUISSANCE

$$\vec{E}(\vec{J}) = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{J}{J_c}\right)^{N-1} \vec{J} \dots\dots\dots(\text{II.6})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \dots\dots\dots(\text{II.7})$$

C'est un modèle qui modélise bien le comportement des supraconducteurs à haute température critique (HTC) autour de J_c .

Les paramètres de variation de cette loi sont la densité de courant critique, J_c et l'exposant, N . Avec ce modèle on peut faire varier les courbes $E(J)$ de sorte qu'on peut modéliser un conducteur normal pour $N = 1$ (loi de comportement linéaire) jusqu'à l'obtention d'une courbe raide comme dans le cas du modèle de l'état critique pour un $N > 100$, [15].

- **Flux-flow**

Considérons un vortex libre (sans force de piégeage) dans une matrice supraconductrice, il peut ainsi se déplacer sous l'action de forces extérieures.

Par exemple le passage d'un courant dans le matériau engendre une force de Lorentz sur les vortex tandis qu'une induction magnétique extérieure crée une force de Laplace sur les lignes de flux. Le vortex va alors se déplacer avec une certaine viscosité.

Ce mouvement engendre un champ électrique et une résistivité dite de flux flow notée ρ_{ff} égale en première approche à (II.8):

$$\rho_n = \frac{H}{H_{c2}} \times \rho_{ff} \dots\dots\dots(\text{II.8})$$

Avec « ρ_n » la résistivité du supraconducteur à l'état normal.

- **Flux-creep**

Lorsque la force de piégeage est du même ordre que la force de Lorentz créée par le courant appliqué au supraconducteur, le mouvement libre des vortex est contrarié.

La viscosité ainsi que la résistivité associée à l'écoulement des vortex n'est plus celle du flux flow. Les vortex se déplacent alors d'un site de piégeage à l'autre. Un mécanisme thermiquement activé (TAF) confère aux vortex une probabilité non nulle de franchir les barrières de potentiel associées aux centres de piégeage et de sauter de site en site ce mouvement engendre un champ électrique et une résistance dans le matériau appelée résistance de flux creep.

II.4.Principales applications des supraconducteurs

II.4.1.Applications en vie quotidienne

II.4.1.1.Les applications médicales

Un des premiers domaines où furent appliqués les supraconducteurs est la médecine avec l'IRM (Imagerie à Résonance Magnétique).



Figure II.4. Imagerie à Résonance Magnétique -IRM-, [16].

L'IRM repose intégralement sur la puissance de l'électroaimant qui est la base même de l'appareil. Pour en prendre conscience il faut savoir qu'il faudrait des centaines de kilowatts pour qu'un aimant conventionnel atteigne le champ magnétique requis. Par conséquent, l'utilisation d'un aimant supraconducteur est très intéressante, [16].

II.4.1.2. Les moyens de Transport

Le moyen de transport terrestre le plus rapide est actuellement le train. Les scientifiques ont donc eu l'idée de se servir des propriétés de diamagnétisme des supraconducteurs pour réaliser un train à lévitation magnétique. Ces trains sont construits de telle sorte qu'il n'y a aucun contact entre la voie et le train (lévitation de 10 cm au-dessus de la voie dans le meilleur cas), ce qui supprime toute trace

de friction. La voie est constituée de bobines supraconductrices qui repoussent le champ magnétique émis par de forts aimants supraconducteurs placés sous le train, [16].



Figure II.5. Train à lévitations magnétiques, [16].

- Le Shanghai Transrapid -

II.4.2.Applications en physique fondamentale

Beaucoup de systèmes nécessitant la création de champs magnétiques intenses utilisent des supraconducteurs. Les grands instruments pour la recherche, comme le Large Hadron Collider (LHC) de Genève ou le projet International Thermo nuclear Experimental Reactor (ITER) de Cadarache, utilisent les supraconducteurs comme aimants d'accélération, de guidage et de confinement du plasma, [19].

II.4.3.Applications en électrotechnique

II.4.3.1.Machines tournantes

L'utilisation des supraconducteurs dans les cryoalternateurs est à l'origine de nombreux prototypes. Le remplacement des bobinages en cuivre par des enroulements supraconducteurs permet un gain de masse grâce aux grandes densités de courant du fil et à la disparition du circuit magnétique. Le fort couple massique de ces machines en fait une application intéressante pour les systèmes embarqués, [17].

II.4.3.2.Câbles de transport

Les supraconducteurs créant nettement moins de pertes que les câbles classiques, ils sont très intéressants pour les applications de transport d'énergie. Cependant le problème de la cryogénie sur de

grandes longueurs peut s'avérer difficile à résoudre. Une solution consiste à faire circuler un fluide cryogénique dans un tube au centre du câble et à enrouler le fil supraconducteur autour. Avec l'accroissement de la demande en énergie, certaines lignes électriques nécessitent d'être renforcées. Cependant l'espace nécessaire à la pose de nouveaux câbles n'est pas toujours suffisant, dans ce cas les supraconducteurs offrent une solution intéressante, [17].

II.4.3.3.Stockage d'énergie

Le principal inconvénient de l'énergie électrique est qu'elle est difficilement stockable. Le Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES), permet de stocker de l'énergie sous forme magnétique, cette dernière pouvant être restituée avec un très bon rendement. Son fonctionnement consiste à court-circuiter une bobine supraconductrice, permettant ainsi au courant de se reboucler indéfiniment.

Le SMES peut servir comme réservoir d'énergie pour réguler les réseaux électriques, il peut également être utilisé comme source d'énergie Pulsionnelle pour les lanceurs électromagnétiques ou le formage magnétique, [17].

II.4. 4.Limitation de courant

Le limiteur supraconducteur permet de protéger le réseau électrique des courants de court-circuit en agissant comme un régulateur naturel de courant, C'est le sujet de notre étude, son fonctionnement est détaillé dans la suite de notre travail.

II.5.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu l'étude du comportement électromagnétique et thermique des supraconducteurs afin de le recopier dans un langage mathématique point de départ de la modélisation. Ce chapitre a décrit aussi la loi de comportement choisie pour présenter le phénomène de la supraconductivité, qui ne peut être représenté par la loi d'Ohm.

Et à la fin de cette partie, nous avons présenté certaines principales applications des supraconducteurs parmi lesquelles, la limitation de courant de défaut qui fera l'objectif du chapitre suivant.